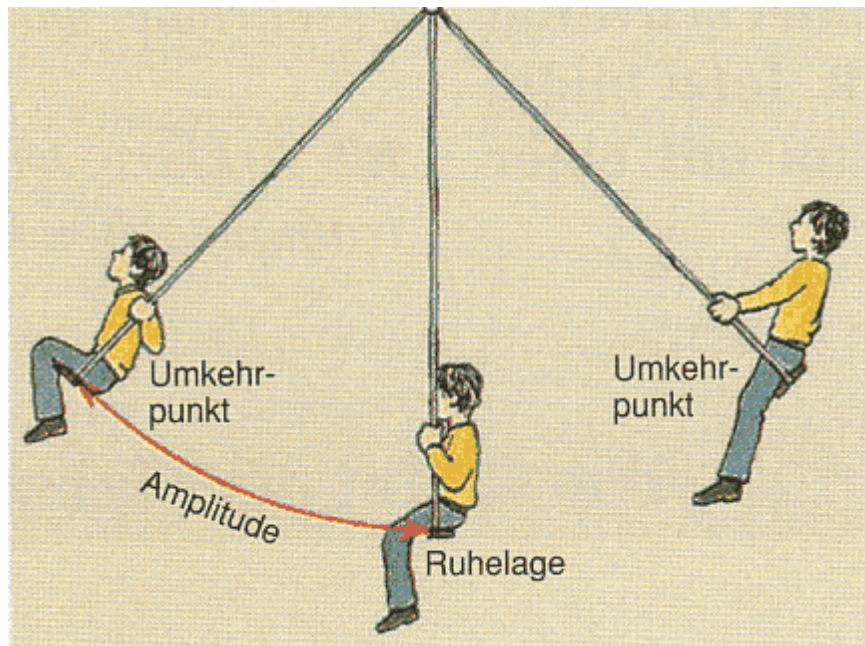


# Untersuchung des Einflusses der elastischen Verformung der Aufhängung eines Fadenpendels auf die Periodendauer



Wettbewerb „Jugend Forscht“ 2009

**Rebecca Pham Xuan (18 Jahre)**

Arbeitsgemeinschaft „Jugend Forscht“  
des Christian-Gymnasiums Hermannsburg, Europaschule  
Leitung: StD Thomas Biedermann

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
<b>1.1</b>	<b>Der Weg zur Idee</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Der Gedanke war geboren.</b>	<b>3</b>
<b>2.</b>	<b>Die Theorie</b>	<b>3</b>
<b>2.1</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
<b>2.1.1</b>	<b>Feder-Masse-Pendel</b>	<b>3</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Fadenpendel</b>	<b>4</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Einfluss der Zentripetalkraft</b>	<b>5</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Überlagerung der Schwingungen</b>	<b>5</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Federkonstante des Stahlseils</b>	<b>6</b>
<b>2.1.6</b>	<b>Federkonstante der verwendeten Aufhängung</b>	<b>6</b>
<b>2.2</b>	<b>Simulation durch iterative Berechnung</b>	<b>6</b>
<b>2.3</b>	<b>Einfluss der Federkonstanten auf die Schwingungsdauer</b>	<b>7</b>
<b>2.4</b>	<b>Betrachtung der Graphen</b>	<b>8</b>
<b>2.5</b>	<b>Erweiterung des theoretischen Ansatzes</b>	<b>8</b>
<b>2.6</b>	<b>Schwingungsdauer</b>	<b>9</b>
<b>3.</b>	<b>Und in der Praxis?</b>	<b>10</b>
<b>3.1</b>	<b>Der Versuchsaufbau...zunächst</b>	<b>10</b>
<b>3.2</b>	<b>Der Versuchsaufbau...wie er sein soll</b>	<b>10</b>
<b>3.3</b>	<b>Und wie kann ich jetzt was sehen?</b>	<b>11</b>
<b>3.4</b>	<b>Was dabei raus kam...: die Ergebnisse</b>	<b>11</b>
<b>4.</b>	<b>Verbesserungsvorschläge</b>	<b>12</b>
<b>5.</b>	<b>Fazit</b>	<b>12</b>
<b>6.</b>	<b>Dankeschön!</b>	<b>12</b>
<b>7.</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>12</b>

# 1. Einführung

## 1.1 Der Weg zur Idee

Im Physikkurs auf erhöhtem Anforderungsniveau stellen Schwingungen ein abiturrelevantes Thema dar. Doch bei verschiedenen mathematischen Auswertungen von Versuchen zeigt sich, dass diese nicht mit den Werten aus den Messungen übereinstimmen.

Woran liegt das? Messungenauigkeiten! Alles im Rahmen der Messgenauigkeiten oder auch im Rahmen des Möglichen! Sicher?! Was ist mit Optimierungen? In vielerlei Formeln tauchen Sinus oder Cosinus auf.

Schwingungen sind ja schließlich periodisch.

Periodisch: „Periode, die:-;-n: etwas periodisch Auftretendes, regelmäßig Wiederkehrendes“ [2]

Man geht also bei all unseren Berechnungen davon aus, dass die lineare Schwingung mit der Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung übereinstimmt, also in Abhängigkeit der Zeit eine Sinuskurve darstellt.

Doch ist das auch realistisch? Schließlich wirken auf die Pendelmasse in unterschiedlichen Phasen verschiedene Kräfte .

## 1.2 Der Gedanke war geboren.

So wollte ich den Einfluss der elastischen Verformung der Aufhängung eines Fadenpendels auf die Periodendauer durch einerseits theoretische Berechnung und andererseits einem Versuchsaufbau untersuchen.

# 2. Die Theorie

$$0 = D \cdot s(t) + m \cdot \ddot{s}(t)$$

## 2.1 Physikalische Grundlagen

In dem von mir zu untersuchenden System finden sich zwei schwingungsfähige Systeme. Die an dem Faden angehängte Masse bildet ein Fadenpendel, der elastische Faden zusammen mit der Masse ein Feder-Masse-Pendel. Beide Schwingungen lassen sich durch Differenzialgleichungen beschreiben. Im Folgenden soll das Vorgehen für eine Feder-Masse-Pendel exemplarisch ausgeführt werden, während für das Fadenpendel nur noch die entsprechende Gleichung angegeben werden soll, die Vorgehensweise ist jedoch vergleichbar.

### 2.1.1 Feder-Masse-Pendel

Das Feder-Masse-Pendel besteht aus einer elastischen Feder und einer an diese angehängten Masse. Wird die Masse aus ihrer Ruhelage ausgelenkt, erzeugt die Feder nach dem Hookeschen Gesetz eine Gegenkraft, die die Masse beschleunigt. Die Masse setzt dieser Kraft ihre Trägheitskraft entgegen.

Die Federkraft  $F_f = D \cdot s(t)$  und die Trägheitskraft  $F_m = m \cdot a(t)$  heben sich somit gegenseitig auf. Es gilt:

$$0 = D \cdot s(t) + m \cdot a(t)$$

Die Beschleunigung ist die 2. Ableitung von  $s(t)$  nach der Zeit  $t$ , somit erhält man die Differenzialgleichung

(1)

Es muss eine Funktion gesucht werden, die die Bedingung erfüllt, dass die 2. Ableitung bis auf einen konstanten Faktor mit der Ausgangsfunktion übereinstimmt.

Einen möglichen Lösungsansatz bietet die trigonometrische Funktion

$$(2)$$

Zur Bestimmung der Parameter wird die 2. Ableitung gebildet, man erhält:

$$\ddot{s}(t) = -k_2^2 \cdot k_1 \cdot \cos(k_2 \cdot t) = -k_2^2 \cdot s(t) \quad (3)$$

Setzt man (3) in (1) ein, ergibt sich

$$0 = D \cdot s(t) - m \cdot k_2^2 \cdot s(t) \quad (4)$$

Auflösen nach  $k_2$  ergibt nach Kürzen von  $s(t)$

$$k_2 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Somit ist  $s(t)$  schon teilweise bestimmt durch den Ausdruck

$$s(t) = k_1 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot t\right)$$

Dabei ist bekannt, dass  $s(t_0) = s_0$  ist, da zu diesem Zeitpunkt die Masse maximal ausgelenkt wird. Folglich gilt:

$$s(t_0 = 0) = s_0 = k_1 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot 0\right)$$

Da der Cosinus von Null gleich 1 ist, ergibt sich daraus

$$k_1 = s_0$$

Damit lautet die vollständige Gleichung für  $s(t)$

$$s(t) = s_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot t\right) \quad s(t) = k_1 \cdot \cos(k_2 \cdot t) \quad (5)$$

Die Cosinusfunktion ist periodisch mit der Periode  $2\pi$ , für die Periodendauer  $T$  des Feder-Masse-Pendels gilt also:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \quad (6)$$

### 2.1.2 Fadenpendel

Statt der Feder übernimmt hier die Gewichtskraft der Masse die Funktion der rückstellenden Kraft (vergl. Abb. 1). Bei kleinen Auslenkungen kann statt des Bogens die Länge der Sekante benutzt werden, um die rückstellende Komponente zu beschreiben (vergl. Abb. 2). Analog zu 2.1.1 erhält man damit für das Fadenpendel folgende Schwingungsgleichung:

$$s(t) = s_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}} \cdot t\right) \quad (7)$$

Die Periodendauer  $T$  ergibt sich somit zu

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (8)$$

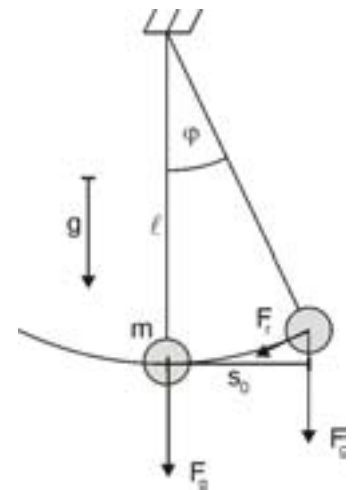


Abb. 1: Kräfte beim Fadenpendel

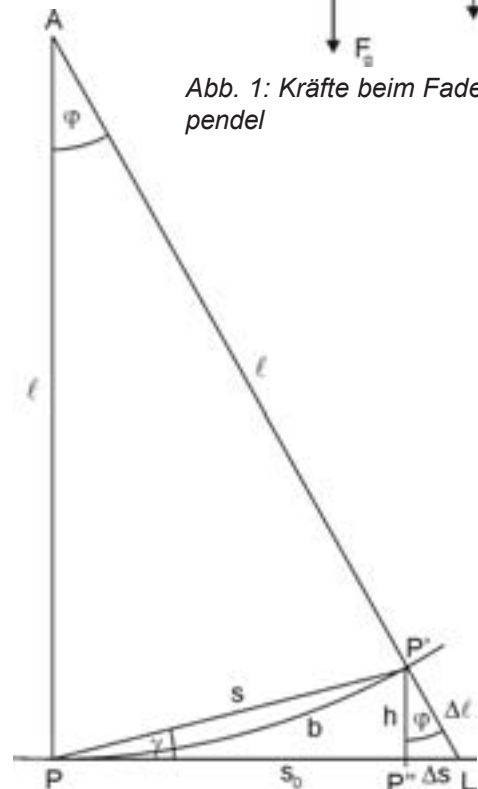


Abb. 2: Näherungslösung für die Bogenlänge beim Fadenpendel

### 2.1.3 Einfluss der Zentripetalkraft

An einem Fadenpendel wirkt eine Zentralkraft längs des Fadens. Sie ist abhängig von der Geschwindigkeit des Pendels, das geht aus folgenden Formelzusammenhängen hervor:

Aus der Ortsfunktion

$$s(t) = s_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

ergibt sich die Geschwindigkeit durch die 1. Ableitung zu

$$v(t) = \dot{s}(t) = -s_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (9)$$

Für die Zentripetalkraft  $F_z$  bei einer Kreisbewegung gilt

$$F_z = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (10)$$

wobei beim Fadenpendel der Radius  $r$  durch die Fadenlänge  $l$  zu ersetzen ist.

Einsetzen von (10) in (9) ergibt für die maximale Geschwindigkeit

$$\hat{v} = s_0 \cdot \omega$$

somit ist die maximal auftretende Kraft gegeben durch

$$\hat{F}_z = m \cdot \frac{(s_0 \cdot \omega)^2}{r}$$

Je größer also die Geschwindigkeit, desto größer ist die Zentralkraft. Bei der maximalen Amplitude ist die Zentralkraft  $F_z = 0$ , da auch  $v = 0$ , bei der Schwingung durch den Nullpunkt ist  $v$  maximal, also auch die Zentralkraft  $F_z$ . Die dadurch verursachte Verlängerung ist also an dieser Stelle ebenfalls maximal. Wichtig ist dabei zu wissen, dass eine größere Anfangsauslenkung auch eine größere Geschwindigkeit verursacht: Je größer also die Anfangsauslenkung, desto größer die maximale Geschwindigkeit, desto größer ist dort die Zentripetalkraft und die verursachte Fadenverlängerung (vergl. Abb. 3).

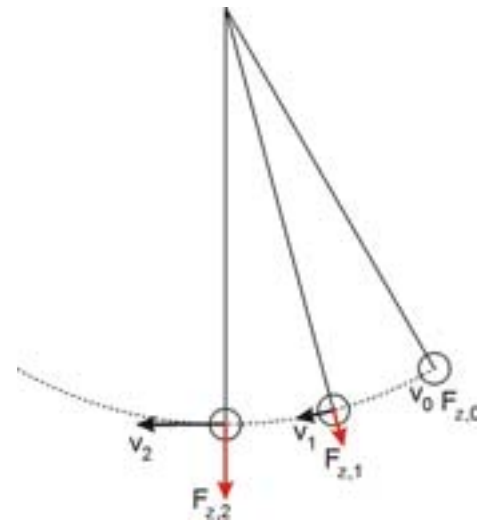


Abb. 3: Betrag und Richtung der Zentralkraft  $F_z$  und der Bahngeschwindigkeit  $v_z$

### 2.1.4 Überlagerung der Schwingungen

Die oben beschriebenen Schwingungen überlagern sich bei einem Feder-Masse-Pendel. In dem Graphen nach Abb. 4 sind die Bewegungen eines Fadenpendels, eines Feder-Masse-Pendels und die Überlagerung dieser Bewegungen dargestellt.

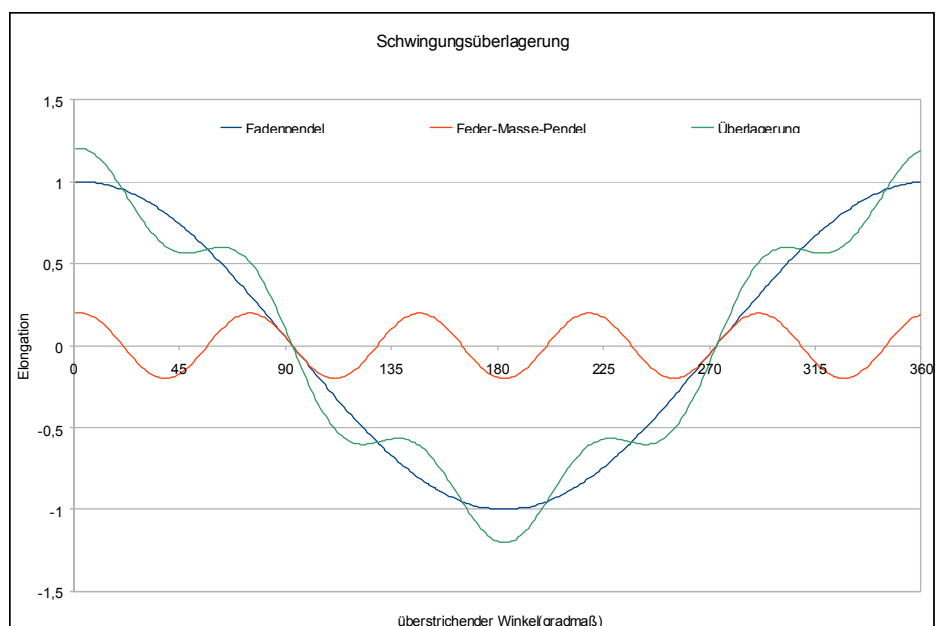


Abb. 4: Bewegungsabläufe von Faden- und Feder-Masse-Pendel sowie deren Überlagerung.

### 2.1.5 Federkonstante des Stahlseils

Zur Bestimmung der Periodendauer des Feder-Masse-Pendels wird die Federkonstante der Aufhängung benötigt. Da sich diese bei dem verwendeten Stahldraht nur sehr ungenau experimentell bestimmen lässt (die Längenänderung ist zu gering), wird sie über das Elastizitätsmodul des Materials abgeschätzt.

Die Längenänderung der Fadenaufhängung ergibt sich nach [1, S.139] aus dem Elastizitätsmodul  $E$  und der Querschnittsfläche  $A$  zu:

$$\Delta\ell = \frac{1}{E} \cdot \frac{\ell \cdot F}{A} \quad (11)$$

wobei  $\ell$  die Fadenlänge,  $F$  die angreifende Kraft und  $\Delta\ell$  die resultierende Längenänderung ist. Nach dem Hookeschen Gesetz gilt

$$\Delta\ell = \frac{F}{D} \quad (12)$$

wobei  $D$  die Federkonstante ist. Gleichsetzen und Auflösen nach  $D$  ergibt

$$D = E \cdot \frac{A}{\ell} \quad (13)$$

### 2.1.6 Federkonstante der verwendeten Aufhängung

Um die sonst kaum messbare Verformung des Seils besser verdeutlichen zu können, wurden in die Aufhängung zusätzlich Federn eingebaut, deren Federkonstante jedoch zunächst ermittelt werden musste.

Mit einem geeichten Federkraftmesser wurde die auszumessende Feder mit einer bestimmten Kraft gedehnt und jeweils deren Verlängerung gemessen.

Aus dem Hookschen Gesetz ergibt sich  $D$  aus dem Quotienten von  $\Delta F$  und  $\Delta s$ :

F in N/cm	$\Delta F$ in N/cm	s in cm	$\Delta s$ in cm	D in N/cm
1	0	5,5	0	-
3,55	2,55	6,96	1,41	1,81
5	4	7,8	2,3	1,74
7,1	6,1	8,9	3,4	1,79

Mittelwert: 1,78

Die verwendete Feder hat somit die Federkonstante  $D = 1,78 \text{ N/cm} = 178 \text{ N/m}$ .

## 2.2 Simulation durch iterative Berechnung

Um in der Praxis verschiedene Dinge beobachten zu können, sollte man sicher sein, dass sich zumindest theoretisch überhaupt etwas ereignen kann. Hier eignet sich dazu besonders das Excel-Programm. Es ist möglich verschiedene Werte aufeinander zu beziehen und sich zu verschiedenen Spalten die Diagramme zeichnen zu lassen.

Um Diagramme anzuzeigen, die die Längenänderung deutlich machen, müssen verschiedene Größen betrachtet werden. Aus dem Folgenden ist zu entnehmen, in welchem Zusammenhang sie stehen.

Zunächst einmal gibt es verschiedene Konstanten, die den Werten meines späteren Versuchsaufbaus entsprechen:

- l (Länge der Aufhängung): 0,88 m
- $\varphi_0$  (max. Auslenkungswinkel): 0,349 rad = 20°
- g (Ortskonstante): 9,81 m/s<sup>2</sup>
- m (Gewicht der Masse): 0,21 kg
- $\Delta t$  (Iterationsintervall): 0,00025 s
- D (Federkonstante) : 178 N/m

In die Zellen der Excel-Tabelle wurden folgende Formeln eingegeben:

t	$\varphi(t)$	v(t)	a(t)	s(t)	$\Delta l(t)$
t = 0		0	$-g \cdot \sin(\varphi(t_{n-1}))$	$\ell \cdot \varphi(t_n)$	$\frac{m \cdot g \cdot \sin(\varphi(t_{n-1})) + \frac{m \cdot v^2(t_{n-1})}{\ell}}{D}$
t <sub>n-1</sub>	-	-	-	-	$\frac{m \cdot g \cdot \sin(\varphi(t_{n-1})) + \frac{m \cdot v^2(t_{n-1})}{\ell}}{D}$
t <sub>n</sub>	$\frac{s(t_n)}{\ell + \Delta \ell(t_{n-1})}$	$a(t_n) \cdot \Delta t + v(t_{n-1})$	$-g \cdot \sin(\varphi(t_n))$	$\frac{1}{2} g \cdot \sin(\varphi(t_{n-1})) \cdot \Delta t^2 + v(t_{n-1}) \cdot \Delta t + s(t_{n-1})$ $\varphi_0$	$\frac{m \cdot g \cdot \sin(\varphi(t_{n-1})) + \frac{m \cdot v^2(t_{n-1})}{\ell}}{D}$

Die damit erstellten Diagramme verdeutlichen die Verformung der Aufhängung während der Pendelbewegung, die durch die Zentripetalkraft entstehen.

### 2.3 Einfluss der Federkonstanten auf die Schwingungsdauer

Die Iteration erlaubt die Untersuchung, inwiefern die Federkonstante die Fadenverlängerung und damit die Schwingungsdauer des Pendels beeinflusst. Es zeigt sich (vergl. Abb. 5), dass die Größe des Fehlers (Abweichung vom idealen Pendel) mit Zunahme der Federkonstanten abnimmt. Je geringer also die Federkonstante, desto größer ist die Schwingungsdaueränderung verursacht durch die Eigenschwingung in die das Pendel bei Anhängung einer Masse gerät.

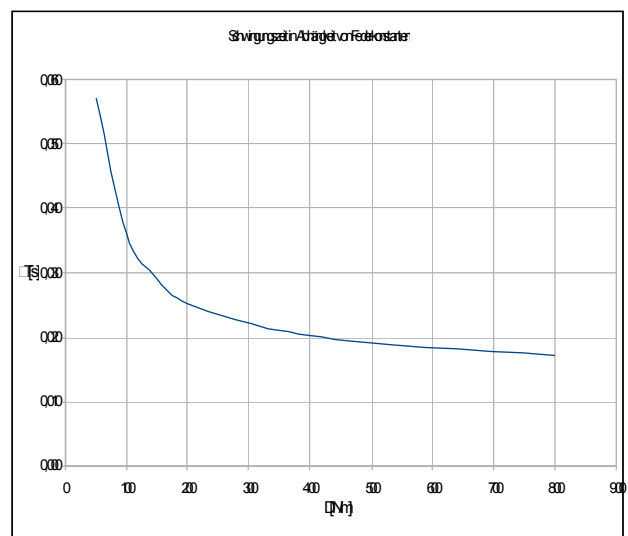


Abb. 5: Änderung der Schwingungsdauer bei verschiedenen Federkonstanten.

## 2.4 Betrachtung der Graphen

Bei Betrachtung der Graphiken (unterschiedliche Skalierungen sind dabei zu beachten!) wird deutlich, dass die Längenänderung bei der Schwingung durch den Nullpunkt am größten ist (bei  $t = 0,63$  s und  $t = 1,59$  s) und am niedrigsten bei der maximalen Elongation (bei  $t = 0$  s und  $t = 1,06$  s).

Hier tritt das Hooksche Gesetz in Kraft, das besagt, dass die Federverlängerung proportional zu der an ihr wirkenden Kraft ist und umgekehrt proportional zu ihrer Federkonstanten ist:  $\Delta l = F/D$ . Ein Seil wird hierbei wie eine Feder mit einer sehr hohen Federkonstante betrachtet. Die Kraft, die die Längenänderung bewirkt, setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Zunächst einmal wirkt, nach dem Kräfteparallelogramm, die Gewichtskraft auf die Masse senkrecht zur Erdoberfläche und zusätzlich noch die Zentripetalkraft.

Die geringste Längenänderung beträgt nach den Ergebnissen der Excel-Iteration 0,0849 m und die größte 0,0981 m. Damit beträgt die Längenänderungsdifferenz 0,01 m, also 10 mm!

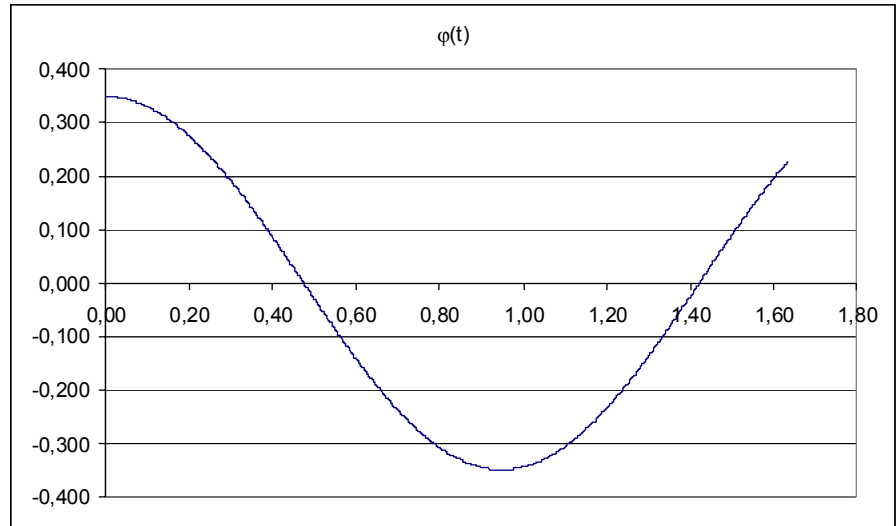


Abb. 6: Bahnkurve der Pendelmasse (Auslenkungswinkel  $\varphi$ ) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

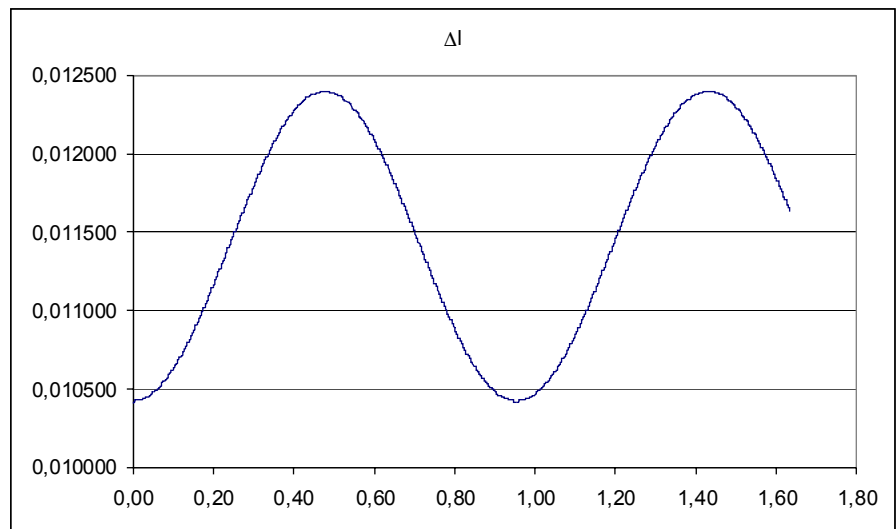


Abb. 7: Längenänderung  $\Delta l$  der Aufhängung in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

## 2.5 Erweiterung des theoretischen Ansatzes

Folgende Überlegung führten zu einer kleinen Überarbeitung der Spalte  $\Delta l$  der Tabelle:

Sobald eine Masse an den Faden gehängt wird, gerät dieser Faden automatisch in eine Eigenschwingung in Längsrichtung des Fadens, es überlagern sich also die Fadenpendelschwingung und die Feder-Masse-Pendelschwingung

Folglich ist jetzt zusätzlich in der  $\Delta l$  Spalte einzufügen:

$$\frac{m \cdot g \cdot \cos(\varphi(t_{n-1})) + \frac{m \cdot v^2(t_{n-1})}{\ell}}{D} + m \cdot \frac{g}{D} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot t_{n+1}\right)$$

Das führt zu folgenden Änderungen in den Diagrammen.

Wird das Fadenpendel als Feder-Masse-Pendel betrachtet, so ist erkennbar, dass die Bahnkurve der Pendelmasse keine Sinuskurve mehr beträgt, zu sehen z.B. bei  $t = 0,2$  s und  $t = 0,8$  s, und dass sich ebenso die Periodendauer verlängert hat (2. Schwingung durch die Ruhelage bei  $t = 1,4775$  s anstatt bei  $t = 1,477$  s). Die Betrachtung der Skalierung des Graphen der Längenänderung  $\Delta l$  unter Berücksichtigung der Eigenschwingung zeigt, dass die Längenänderung sich ungefähr um den Faktor 100 vergrößert. Dabei lässt sich im Gesamtbild dieses Graphen noch immer die Sinuskurve, die aus der Zerlegung der Gewichtskraft resultiert, erkennen.

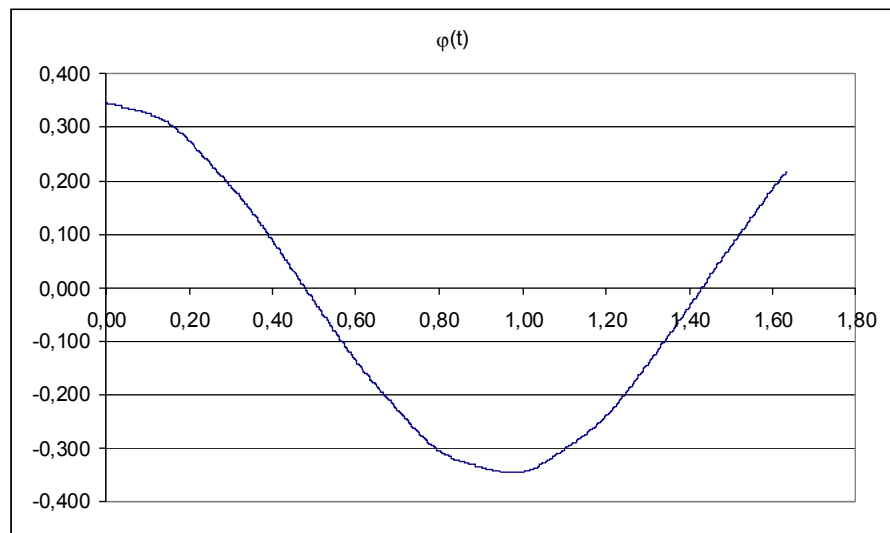


Abb. 8: Bahnkurve der Pendelmasse (Auslenkungswinkel  $\varphi$ ) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  unter Berücksichtigung der Längenänderung

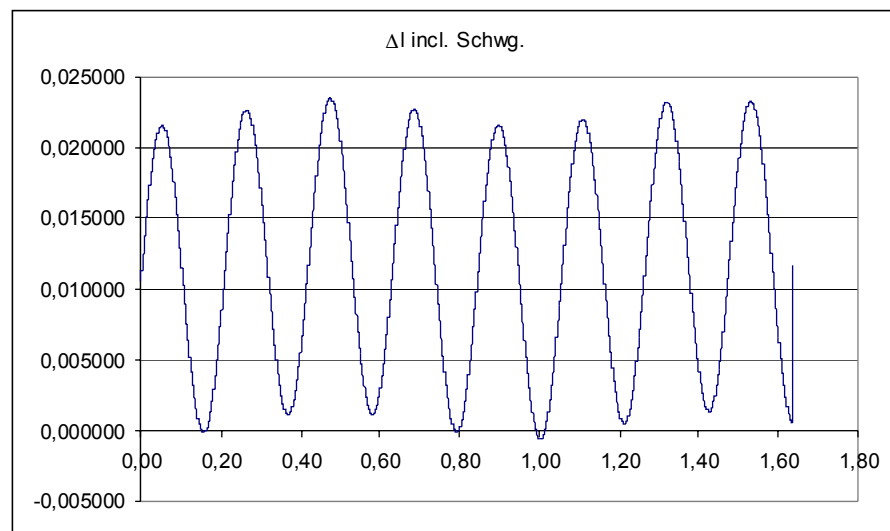


Abb. 9: Längenänderung  $\Delta l$  der Aufhängung in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  unter Berücksichtigung der Längenänderung durch die Eigenschwingung.

## 2.6 Schwingungsdauer

Die Schwingungsdauer oder auch Periodendauer  $T$  ist die Zeit, in der das Pendel eine vollständige Schwingung durchführt. Es gelten die in 2.1.1 und 2.1.2 aufgestellten Formeln (6) und (8). Hier werden jetzt die Schwingungsdauern für die jeweiligen Einzelfälle aufgeführt, dabei wird deutlich, inwiefern die Fadenverlängerung sich auf die Schwingungsdauer auswirkt.

Die Schwingungsdauer

- im Idealfall (ohne Fadenverlängerung): 1,8819 s
- unter Berücksichtigung der Längenänderung verursacht durch die Gewichtskraft: 1,9080 s
- unter Berücksichtigung der Längenänderung verursacht durch die Gewichtskraft und die Eigenschwingung: 1,9090 s

### 3. Und in der Praxis?

#### 3.1 Der Versuchsaufbau...zunächst

Der ursprüngliche Gedanke war nun, ein Pendel zu bauen und dann durch verschiedene Markierungen zu zeigen, dass sich die Masse nicht auf einer idealen Kreisbahn bewegt.

Der Versuchsaufbau war verhältnismäßig simpel und leicht durchzuführen.

An ein Stativ (lila) wurde eine Stange befestigt, von der einerseits ein Stahldraht (grün) herab hing, an der eine 210 g schwere Masse (schwarz) hing und andererseits ein etwas kürzerer Stahldraht, der allerdings an Federn befestigt wurde, um die Elastizität des Seils deutlicher darstellen zu können.

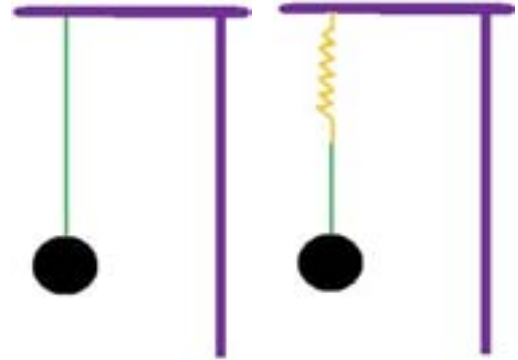


Abb. 10: Einfachster Aufbau des Pendelversuches

Aus dem Theorieteil 2.1.5, Glg. (13) ergibt sich durch Einsetzen der Werte für das Stahlseil

$$E = 16,83 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$A = 0,045 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$l = 0,88 \text{ m}$$

eine Federkonstante  $D = 86000 \text{ N/m}$

Bei dieser Federkonstanten beträgt die maximale Fadenverlängerung  $0,0000508 \text{ m}$ , also  $0,0508 \text{ mm}$  - der Grund, warum mit bloßem Auge keine Veränderung zu erkennen ist.

Zu beachten ist dabei, dass die Längen der beiden Aufhängungen mit und ohne zusätzliche Federn gleich groß sind.

Bald stellte sich allerdings heraus, dass das Pendel selbst bei bifilarer Aufhängung nicht nur in einer Ebene schwang, denn das Stativ stand nicht fest genug. Damit ergaben sich nicht nur zwei, sondern drei schwingungsfähige Systeme. Es musste also ein Aufbau erstellt werden, in dem das Pendel möglichst nur in der gewünschten Ebene schwingen konnte.

#### 3.2 Der Versuchsaufbau...wie er sein soll

Hohe Stabilität verspricht eine Dreieckskonstruktion, denn sollte die Aufhängung mitschwingen, dann hätte ich ein weiteres schwingungsfähiges System, das zu beachten wäre. So kam ich zu einem Versuchsaufbau wie in der Skizze veranschaulicht.

Eine besondere Herausforderung des Baus stellte die Querstange (lila) dar, doch das Problem der Aufhängung konnte ich geschickt lösen, und sogar zum Vorteil. Denn nun ist es nicht nur möglich, die Länge des Seils zu verändern (orange), sondern auch den Winkel, der von den Seilenden und der Querstange eingeschlossen wird, zumindest begrenzt einstellen zu können (blau).

Damit war aber noch nicht das Ende des Hindernislaufes erreicht. Immer noch bewegt sich das Pendel nicht nur in einer Ebene.

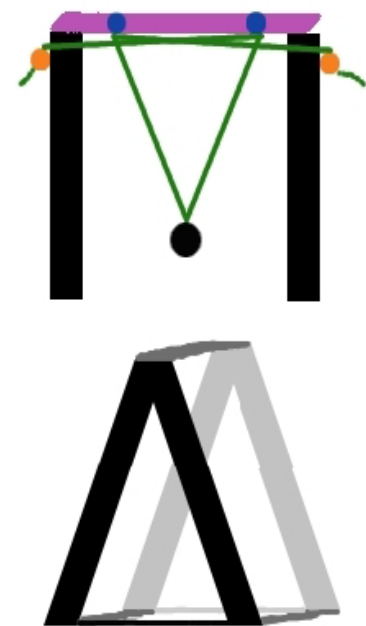


Abb. 11: Verbesserte Version der Pendelaufhängung

Grund dafür war die nicht hinreichende Reproduzierbarkeit des Startvorgangs für das Pendel, weil das Pendel von Hand ausgelenkt wurde.

Um diesen Fehler zu eliminieren, bot es sich an, einen Elektromagneten zu nutzen, der so angebracht wurde, dass er das Pendel bei der maximalen Elongation festhält. Nach dem Ausschalten des Magneten gibt dieser das Pendel frei.

Die Idee funktionierte! Der Elektromagnet und das neue Stativ ließen das Pendel nur auf der in der Iteration angenommenen Ebene schwingen.

### 3.3 Und wie kann ich jetzt was sehen?

Jetzt stellte sich die Frage, wie man die von der Pendelmasse beschriebene Bahnkurve visualisieren könne.

Die ursprüngliche Idee war das Pendel mit einer dunklen Farbe zu versehen und nur in die Mitte einen hellen Punkt zu zeichnen. Dies sollte dann während des Schwingungsvorgangs fotografiert werden (Langzeitbelichtung) und somit die Bahnkurve abbilden. Anschließend sollten die Bilder verschiedener Aufhängungen übereinander gelegt werden, um die Unterschiede der Bahnkurven zu zeigen.

Doch diese Idee wurde bald fallen gelassen angesichts der Tatsache, dass die zur Verfügung stehende Kamera die dafür nötigen Voraussetzungen nicht hatte.

Ein neuer Gedanke musste Abhilfe schaffen. Die beiden Pendelbewegungen (Aufhängung mit und ohne Federn) wurden mit einer einfachen Digitalkamera als Video aufgezeichnet und diese wurden dann auf dem Bildschirm des Computers so langsam abgespielt, dass auf einer über den Bildschirm geklebten Klarsichtfolie der helle Punkt markiert werden konnte.

### 3.4 Was dabei raus kam...: die Ergebnisse



Abb. 12: Punktmarkierungen auf der Folie (verkleinert, Original ca. 35 cm breit)

Die Folienmarkierungen ergeben das Bild nach Abb. 12. Auf der Punktzeichnung ist schon mit bloßem Auge zu erkennen, dass die beiden beschriebenen Bögen einander nicht entsprechen. Keiner von beiden beschreibt eine optimale Bahnkurve wobei die Pendelbewegung mit Feder deutlich weiter davon abweicht (grün), sie schwingt um die schwarze Linie herum, befindet sich also in einer Eigenschwingung. Die Abweichung des Feder-Massependels wird besonders deutlich bei Verbindung der Punkte und einer 10-fachen Überhöhung (vergl. Abb. 13).

Nebenbei lässt sich durch den Abstand der Punkte zeigen, dass die Geschwindigkeit des Pendels tatsächlich bei der Ruhelage am größten und bei der maximalen Elongation am geringsten ist, denn der Abstand der Punkte ändert sich, obwohl die Punkte in gleichen Zeitiintervallen aufgenommen wurden.



Abb. 13: Kurvenverläufe der beiden Schwingungen in 10-facher Überhöhung.

Der gewählte Visualisierungsvorgang ist durchaus fehlerbehaftet:

- Der Kamerawinkel ist nicht exakt orthogonal zur Schwingungsebene
- Das Kamerabild ist nicht hinreichend scharf
- Ungenauigkeiten bei der Übertragung der Punkte auf die Folie
- Ungenauigkeiten bei der Digitalisierung der Folie

Damit ist die Vermutung nachgewiesen, dass sich das Pendel nicht auf einer Kreisbahn bewegt, was aber idealisierend angenommen wird. Die Iteration und der Versuch stimmen weitgehend miteinander überein und bestätigen einander.

#### **4. Verbesserungsvorschläge**

Obwohl bereits einige Arbeit sowohl in die Theorie als auch in den Versuchsaufbau geflossen ist, gibt es noch einige Verbesserungsmöglichkeiten:

- Anbau einer Messskala, die es ermöglicht, die genaue Fadenlänge direkt abzulesen.
- Visualisierung der beschriebenen Bahnkurve verbessern.

#### **5. Fazit**

Es ist mir gelungen, mit den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten zu zeigen, dass oftmals Berechnungen in Bezug auf Pendelbewegungen stark vereinfacht sind. Dies macht zwar die Berechnungen einfacher, jedoch – auch wenn es sich bei den Abweichungen um nur geringe Beträge handelt - gleichzeitig ungenauer. Wenn man mit einem solchen Fadenpendel den Ortsfaktor sehr genau bestimmen möchte, kommt man allerdings um eine Berücksichtigung der Längenänderung der Aufhängung nicht herum.

#### **6. Dankeschön!**

Der größte Danke an dieser Stelle geht an Herrn Biedermann, der mir nicht nur mit Räumlichkeiten und Material zur Seite stand, sondern auch vor allem mit viel Geduld und Fachwissen auf sogenannten Durststrecken weiterhalf. Ebenso wie Frau Biedermann, die mit Orangensaft und Kuchen so mancher Arbeitsstunde zu einer angenehmen Atmosphäre verholfen hat.

Weiterhin möchte ich auch meinen Eltern danken, die so manches Abendessen „nur“ mit ihrem Sohn verbringen konnten und sich trotzdem für mein Projekt interessierten, was mich wiederum motiviert, nahezu utopisch weiterzudenken.

#### **7. Literaturverzeichnis**

- [1] Dieter Meschede, „Gerthsen Physik“, 21. Auflage, Springer-Verlag, Berlin 2002
- [2] „Das Fremdwörterbuch“, Duden-Verlag, Leipzig und Mannheim 2006